Wymagania edukacyjne z matematyki dla klasy 2 liceum

Zakres podstawowy

W poniższych wymaganiach **pogrubioną czcionką** oznaczono te, które wykraczają poza podstawę programową.

1. **FUNKCJA KWADRATOWA**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje

ocenę dopuszczającą, jeśli opanuje od 40-60% poniższych wymagań,

ocenę dostateczną**,** jeśli opanuje od 61-100% poniższych wymagań.

|  |
| --- |
| * szkicuje wykres funkcji *f*(*x*) *= ax*2, gdzie , i odczytuje z wykresu jej własności |
| * szkicuje wykres funkcji kwadratowej , gdzie , i odczytuje z wykresu jej własności |
| * podaje wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej |
| * oblicza współrzędne wierzchołka paraboli, wyznacza równanie osi symetrii paraboli |
| * przekształca postać kanoniczną funkcji kwadratowej do postaci ogólnej |
| * przekształca postać ogólną funkcji kwadratowej do postaci kanonicznej(z zastosowaniem wzoru na współrzędne wierzchołka paraboli); szkicuje wykres danej funkcji kwadratowej oraz opisuje jej własności |
| * wyznacza wzór ogólny funkcji kwadratowej, gdy dane są współrzędne wierzchołka i innego punktu jej wykresu |
| * rozwiązuje równanie kwadratowe niepełne metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub stosując wzór skróconego mnożenia |
| * określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego w zależności od znaku wyróżnika |
| * rozwiązuje równanie kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki w prostych przypadkach |
| * interpretuje geometrycznie rozwiązania równania kwadratowego w zależności od współczynnika *a* i wyróżnika |
| * wyznacza algebraicznie współrzędne punktów przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych |
| * przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej, jeśli taka postać istnieje |
| * odczytuje miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej |
| * rozwiązuje nierówność kwadratową w prostych przypadkach |
| * rozwiązuje algebraicznie układ równań, z których jedno jest równaniem paraboli, a drugie równaniem prostej, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania układu równań, znajdując punkty wspólne prostej i paraboli |
| * stosuje pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji, wyznacza wartość najmniejszą i największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym w prostych przypadkach |
| * przeprowadza analizę zadania tekstowego, a następnie zapisuje odpowiednie równanie, nierówność lub funkcję kwadratową opisujące daną zależność i znajduje w prostych przypadkach rozwiązanie, które spełnia ułożone przez niego warunki |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje:

ocenę dobrą,jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowood 50-60% poniższych wymagań,

ocenę bardzo dobrą, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo od 61-100% poniższych wymagań.

|  |
| --- |
| * rozwiązuje równanie kwadratowe i nierówność kwadratową w trudniejszych przypadkach |
| * wykorzystuje postać iloczynową funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach |
| * stosuje nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastka |
| * rozwiązuje równania dwukwadratowe |
| * rozwiązuje równanie, które można sprowadzić do równania kwadratowego, np. stosując podstawienie |
| * wyznacza w trudniejszych przypadkach najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym, korzystając z własności funkcji kwadratowej |
| * stosuje równania kwadratowe do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych |
| * rozwiązuje zadania tekstowe o podwyższonym stopniu trudności, stosując równania kwadratowe |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę celującą, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

|  |
| --- |
|  |
| * udowadnia związki między współczynnikami funkcji kwadratowej o podwyższonym stopniu trudności |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej |

1. **WIELOMIANY**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje;

ocenę dopuszczającą, jeśli opanował od 40-60% poniższych wymagań

ocenę dostateczną, jeśli opanuje od 61-100% poniższych wymagań.

|  |
| --- |
| * podaje przykład wielomianu, określa jego stopień i podaje wartości jego współczynników |
| * zapisuje wielomian określonego stopnia o danych współczynnikach |
| * zapisuje wielomian w sposób uporządkowany |
| * oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu |
| * wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień |
| * szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego |
| * określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia |
| * podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia wielomianów |
| * oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów |
| * stosuje wzory na sześcian sumy lub różnicy oraz wzory na sumę i różnicę sześcianów |
| * przekształca wyrażenie algebraiczne, stosując wzory skróconego mnożenia |
| * rozkłada w prostych przypadkach wielomian na czynniki, stosując metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias |
| * rozwiązuje proste równanie wielomianowe |
| * podaje w prostych przypadkach przykład wielomianu, znając jego stopień i pierwiastek |
| * wyznacza punkty przecięcia wykresu wielomianu i prostej w prostych przypadkach |
| * dzieli wielomian przez dwumian |
| * sprawdza poprawność wykonanego dzielenia |
| * zapisuje wielomian w postaci |
| * sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian bez wykonywania dzielenia |
| * wyznacza resztę z dzielenia wielomianu przez dwumian *x – a* |
| * określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi wielomianu o współczynnikach całkowitych |
| * sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu, i wyznacza pozostałe pierwiastki; rozwiązuje równanie wielomianowe z wykorzystaniem twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu w prostych przypadkach |
| * opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu i wyznacza jego dziedzinę w prostych przypadkach |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje:

ocenę dobrą, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo od 50-60% poniższych wymagań,

ocenę bardzo dobrą, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo od 61-100% poniższych wymagań.

|  |
| --- |
| * wyznacza współczynniki wielomianu spełniającego dane warunki |
| * stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów |
| * stosuje wzory oraz |
| * rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia |
| * rozkłada wielomian na czynniki w zadaniach różnych typów |
| * sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian bez wykonywania dzielenia |
| * dzieli wielomian przez dwumian , stosując schemat Hornera |
| * rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące podzielności wielomianu |
| * rozwiązuje w trudniejszych przypadkach równania wielomianowe, stosując twierdzenie o pierwiastkach całkowitych wielomianu |
| * rozwiązuje zadania tekstowe, wykorzystując działania na wielomianach i równania wielomianowe |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę celującą, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

|  |
| --- |
| * przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących wielomianów, np. twierdzenia Bézouta, twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu |
| * przeprowadza dowód twierdzenia o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci  *x – a* (algorytm Hornera) w szczególnym przypadku |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące wielomianów |

## 3. FUNKCJE WYMIERNE

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje

ocenę dopuszczającą,jeśli opanuje od 40-60% poniższych wymagań,

ocenę dostateczną, jeśli opanuje od 61-100% poniższych wymagań.

|  |
| --- |
| * szkicuje wykres funkcji (w prostych przypadkach także w podanym zbiorze), gdzie , i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności) |
| * przesuwa wykres funkcji , gdzie , wzdłuż osi *OX* albo wzdłuż osi *OY*, podaje jej własności oraz wyznacza równania asymptot jej wykresu |
| * dobiera wzór funkcji do jej wykresu |
| * wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego |
| * oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej |
| * upraszcza wyrażenia wymierne w prostych przypadkach |
| * wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w prostych przypadkach i podaje odpowiednie założenia |
| * rozwiązuje równania wymierne w prostych przypadkach, podaje i uwzględnia założenia |
| * wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych w prostych przypadkach |
| * stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierówności wymiernych w prostych przypadkach |
| * wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje:

ocenę dobrą, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo od 50-100% poniższych wymagań,

ocenę bardzo dobrą, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo od 61-100% poniższych wymagań.

|  |
| --- |
| * szkicuje wykres funkcji , gdzie , w podanym zbiorze w trudniejszych przypadkach |
| * wyznacza współczynnik *a* tak, aby funkcja spełniała podane warunki |
| * szkicuje wykres funkcji , gdzie i , i wyznacza równania jej asymptot |
| * wyznacza równanie hiperboli na podstawie informacji podanych na rysunku |
| * wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w trudniejszych przypadkach i podaje odpowiednie założenia |
| * określa dziedzinę funkcji, w której wzorze występuje ułamek lub pierwiastek |
| * przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych, wyznacza z danego wzoru wskazaną zmienną |
| * rozwiązuje równania wymierne w trudniejszych przypadkach |
| * podaje interpretację geometryczną rozwiązania równania wymiernego |
| * wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań tekstowych |
| * stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę celującą, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

|  |
| --- |
| * przekształca wzór funkcji danej w postaci do postaci oraz szkicuje jej wykres |
| * stosuje funkcje i wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań o podwyższonym stopniu trudności |

# TRYGONOMETRIA

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje:

ocenę dopuszczającą, jeśli opanuje od 40-60% poniższych wymagań,

ocenę dostateczną, jeśli opanuje od 61-100% poniższych wymagań

|  |
| --- |
| * stosuje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenie Pitagorasa w prostych przypadkach |
| * wykorzystuje wzory na długość przekątnej kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego |
| * oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków |
| * podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 30°, 45°, 60° |
| * odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego |
| * odczytuje z tablic miarę kąta ostrego, gdy zna wartość jego funkcji trygonometrycznej |
| * podaje związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta |
| * oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest sinus lub cosinus kąta |
| * rozwiązuje trójkąty prostokątne w prostych przypadkach |
| * stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań praktycznych |
| * oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu; przedstawia ten kąt na rysunku |
| * stosuje wzory: , , do obliczania wartości wyrażenia |
| * oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych, korzystając z tablic wartości funkcji trygonometrycznych |
| * stosuje w zadaniach wzór na pole trójkąta: oraz wzór na pole trójkąta równobocznego o boku *a*: |
| * rozróżnia czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności |
| * oblicza pola czworokątów |
| * wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich w prostych przypadkach |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje:

ocenę dobrą, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo od 50-60% poniższych wymagań,

ocenę bardzo dobrą, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo od 61-100% poniższych wymagań.

|  |
| --- |
| * wyznacza długości odcinków w trójkącie, korzystając z twierdzenia Pitagorasa |
| * wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego |
| * wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach |
| * uzasadnia proste zależności, korzystając z własności funkcji trygonometrycznych |
| * stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania trójkątów w zadaniach praktycznych |
| * stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne |
| * uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi kątów ostrych i 9 |
| * wyprowadza wzór na jedynkę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta |
| * przekształca wyrażenia trygonometryczne, stosując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta |
| * oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest tangens kąta; znając wartość tangensa kąta wypukłego, rysuje ten kąt w układzie współrzędnych |
| * stosuje w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności wzór na pole trójkąta: |
| * stosuje wzór Herona do obliczania pola trójkąta |
| * oblicza pola czworokątów w trudniejszych przypadkach |
| * wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów |
| * uzasadnia związki miarowe w czworokątach |
| * dowodzi prawdziwości wzoru |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę celującą, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

|  |
| --- |
|  |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii, w tym zadania na dowodzenie związków miarowych w trójkątach i czworokątach |

# PLANIMETRIA

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje;

ocenę dopuszczającą, jeśli opanuje od 40-60% poniższych wymagań

ocenę dostateczną, jeśli opanuje od 61-100% poniższych wymagań.

|  |
| --- |
| * rozpoznaje kąty środkowe w okręgu |
| * oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu w prostych przypadkach |
| * określa wzajemne położenie dwóch okręgów, gdy dane są promienie tych okręgów oraz odległość między ich środkami |
| * wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach |
| * oblicza pole koła i pole wycinka koła |
| * oblicza pole figury, stosując wzór na pole koła, i pole wycinka koła w prostych sytuacjach |
| * określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość jego środka od prostej z promieniem okręgu |
| * rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są one oparte |
| * stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w prostych przypadkach |
| * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równobocznym lub prostokątnym |
| * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na dowolnym trójkącie w zadaniach z planimetrii w prostych przypadkach |
| * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny lub prostokątny |
| * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w dowolny trójkąt w prostych przypadkach |
| * opisuje własności wielokątów foremnych |
| * oblicza miarę kąta wewnętrznego danego wielokąta foremnego |
| * wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, znając sumę miar jego kątów wewnętrznych |
| * oblicza promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym i wpisanego w wielokąt foremny w prostych przypadkach |
| * stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym |
| * stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym |
| * wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, znając długości boków trójkąta |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje:

ocenę dobrą, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo od 50-60% poniższych wymagań,

ocenę bardzo dobrą, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo od 61-100% poniższych wymagań.

|  |
| --- |
| * wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach |
| * oblicza pole figury, stosując wzory na pole koła i pole wycinka kołowego |
| * wykorzystuje twierdzenie o odcinkach stycznych do rozwiązywania zadań |
| * stosuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w trudniejszych przypadkach |
| * stosuje twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach |
| * stosuje twierdzenie o cięciwach do wyznaczania długości odcinków w okręgach |
| * stosuje wzory i do obliczania pola trójkąta |
| * uzasadnia wzory i |
| * bada, czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny, rozwartokątny |
| * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie |
| * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt |
| * stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów oraz do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę celującą, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

|  |
| --- |
| * udowadnia zależności w wielokątach foremnych o podwyższonym stopniu trudności |
| * zna i potrafi wykonać konstrukcję pięciokąta foremnego |
| * przeprowadza dowód twierdzenia o kątach środkowym i wpisanym w okręgu oraz o kątach wpisanych, opartych na tym samym łuku |
| * przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach w okręgu |
| * uzasadnia zależność między długością boku a promieniem okręgu opisanego na wielokącie foremnym lub wpisanego w wielokąt foremny |
| * przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i dowód twierdzenia cosinusów |
| * rozwiązuje zadania z planimetrii z zastosowaniem trygonometrii o podwyższonym stopniu trudności |
| * udowadnia, że symetralne boków trójkąta przecinają się w jednym punkcie |
| * udowadnia, że dwusieczne kątów wewnętrznych trójkąta przecinają się w jednym punkcie |